

Лекция №3

Тема: «Формы представления чисел в ЭВМ: естественная и нормальная формы. Алгебраическое представление двоичных чисел: прямой, обратный и дополнительный коды»

План

1. Естественная и нормальная формы.
2. Прямой, обратный и дополнительный коды.

1. Представление чисел в компьютере: естественная и нормальная формы.

В ЭВМ применяются две формы представления чисел:

- естественная форма, или форма с фиксированной запятой (точкой) — ФЗ (ФТ);
- нормальная форма, или форма с плавающей запятой (точкой) - ПЗ (ПТ).

Фиксированная запятая (точка). В форме представления с *фиксированной запятой (точкой)* числа изображаются в виде последовательности цифр с постоянным для всех чисел положением запятой, отделяющей целую часть от дробной.

Например, пусть числа представлены в десятичной системе счисления и имеют пять разрядов в целой части числа (до запятой) и пять в дробной части (после запятой). Числа, записанные в такую разрядную сетку, имеют вид:

+00721.35500.
+00000.00328.
-10301.20260.

Эта форма наиболее проста, естественна, но имеет небольшой диапазон представления чисел и поэтому чаще всего неприемлема при вычислениях.

В компьютерах естественная форма представления используется как вспомогательная и только для целых чисел.

В памяти ЭВМ числа с фиксированной точкой хранятся в трех форматах:

- а) полуслово — это обычно 16 бит, или 2 байта;
- б) слово — 32 бита, или 4 байта;
- в) двойное слово — 64 бита, или 8 байтов.

Отрицательные числа с ФТ записываются в разрядную сетку в дополнительных кодах, которые образуются прибавлением единицы к младшему разряду обратного кода. Обратный код получается заменой единиц на нули, а нулей на единицы в прямом двоичном коде.

Плавающая запятая (точка). В форме представления с плавающей запятой (точкой) число изображается в виде двух групп цифр:

- мантисса;
- порядок.

При этом абсолютная величина мантиссы должна быть меньше 1, а порядок должен быть целым числом. В общем виде число в форме с плавающей запятой может быть представлено так:

$$N = \pm M * P^{\pm r},$$

где M — мантисса числа ($|M| < 1$); r — порядок числа (целое число); P — основание системы счисления.

Например, приведенные ранее числа в нормальной форме запишутся следующим образом:

$$+0,721355 * 10^3;$$

$$+0,328 * 10^{-3};$$

$$-0,103012026 * 10^5.$$

Нормальная форма представления обеспечивает большой диапазон отображения чисел и является основной в современных компьютерах.

Следует заметить, что все числа с плавающей запятой хранятся в машине в так называемом *нормализованном* виде.

Нормализованным называют такое число, старший разряд мантиссы которого больше нуля. У нормализованных двоичных чисел, следовательно, $0,5 < |M| < 1$.

Нормализованные, т. е. приведенные к правильной дроби, числа:

$$10,35_{10} = 0,1035_{10} * 10^{+2};$$

$$0,00007245_8 = 0,7245_8 * 8^{-4};$$

$$F5C,9B_{16} = 0,F5C9B_{,6} * 16^{+3};$$

В памяти ЭВМ числа с ПТ хранятся в двух форматах:

- слово — 32 бита, или 4 байта;
- двойное слово — 64 бита, или 8 байт.

Разрядная сетка для чисел с ПТ имеет следующую структуру:

- нулевой разряд — это знак числа (0 — «минус», 1 — «плюс»);
- с 1 по 7 разряд записывается порядок в прямом двоичном коде, пустые разряды заполняются нулями. В первом разряде указывается знак порядка (1 — «плюс» или 0 — «минус»);
- с 8 по 31 (63) указывается мантисса, слева направо без нуля целых в прямом двоичном коде и для отрицательных чисел и пустые разряды заполняются нулями.

2. Алгебраическое представление двоичных чисел: прямой, обратный и дополнительный коды.

При хранении информации в памяти ЭВМ каждый вид хранится в одном разряде памяти, а разряды объединяются в ячейки памяти фиксированного размера. При записи цифр с фиксированной точкой, положение точки фиксируется в определенном месте относительно к разрядам числа. При приставлении числа со знаком для кода, выделяется знаковый разряд (обычно крайний слева) «+» = 0 и «-» = 1 — кодируется.

2.1 Прямой код числа.

$$a = +0101$$

$$[a]_{\text{пр.}} = 0.0101$$

$$b = -1010$$

$$[b]_{\text{пр.}} = 1.1010$$

Прямой код числа совпадает с записью положительного числа.

Пример:

Рассмотрим однобайтовое представление двоичного числа. Пусть это будет $28_{(10)}$. В двоичном формате - $0011100_{(2)}$ (при однобайтовом формате под величину числа отведено 7 разрядов). Двоичное число со знаком будет выглядеть так, как показано на рис. 2.1.

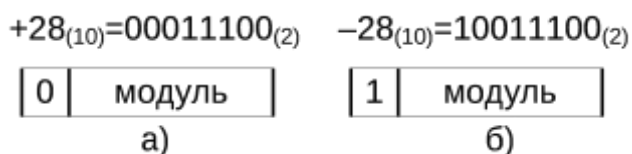


Рис. 2.1. Формат двоичного числа со знаком в прямом коде
а - положительное число; б - отрицательное

Сложение в прямом коде чисел, имеющих одинаковые знаки, достаточно просто: числа складываются, и сумме присваивается знак слагаемых. Значительно более сложным является алгебраическое сложение в прямом коде чисел с разными знаками. В этом случае приходится определять большее по модулю число, производить вычитание модулей и присваивать разности знак большего по модулю числа. Такую операцию значительно проще выполнять, используя обратный и дополнительный коды.

2.2 Обратный код числа.

$$a = +0101 \qquad [a]_{\text{обр.}} = 0.0101$$

Обратный код положительного числа совпадает с прямым кодом.

$$b = -1010 \qquad [b]_{\text{обр.}} = 1.0101$$

Обратный код отрицательного числа образуется так:

1. В знаковом разряде 1.

2. В цифровых разрядах 1 заменяется на 0, а 0 на 1.

Пример:

Вычислить выражение $-3_{(10)} - 2_{(10)}$.

Прямой код	Обратный код
$\begin{array}{r} -3_{(10)} \quad 1 \mid 011 \quad \text{Измен.} \\ + \\ -2_{(10)} \quad 1 \mid 010 \quad \text{Измен.} \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \mid 100 \\ + \\ 1 \mid 101 \\ \hline 11 \mid 001 = 1010 \\ \quad \quad \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad \text{перенос} \end{array}$
	<p>Бит знака равен 1, следовательно, результат отрицательный в ОК. Результат в ПК имеет вид: 1101 или $-5_{(10)}$</p>

Пример:

Вычислить $7_{(10)} - 3_{(10)}$.

Прямой код			Обратный код				
$7_{(10)}$	0	111	Не измен.	\rightarrow	0	111	
$+3_{(10)}$	$+$	1	011	Измен.	\rightarrow	1	100
						10	011
						\uparrow	0100
						перенос	

Бит знака равен 0, следовательно, результат положительный $+4_{(10)}$ в ПК.

Указанные трудности привели к тому, что в современных ЭВМ абсолютное большинство операций выполняется в дополнительном коде.

2.3 Дополнительный код числа.

$$a = +0101 \quad [a]_{\text{доп.}} = 0.0101$$

Дополнительный код положительного числа совпадает с прямым кодом.

$$b = -1010 \quad [b]_{\text{доп.}} = \begin{array}{r} 1.0101 \\ \pm \quad \underline{1} \\ 1.0110 \end{array}$$

Дополнительный код отрицательного числа образуется так:

1. В знаковом разряде **1**.
2. В цифровом разряде **1** заменяется на **0**, а **0** на **1**.
3. К последнему разряду прибавляется **1**.

2.4 Модифицированный код числа.

Отличается тем, что для изображения знака числа в нем отводится два разряда (положительная кодировка **00**, отрицательная **11**). Такие коды оказались удобны (с точки зрения построения АЛУ) для выявления переполнения разрядной сетки. Если знаковые разряды результата принимают значение 00 и 11, то переполнения разрядной сетки не было, а если 01 или 10 - то было переполнение.

$$a = -11001 \quad b = +11001$$

$$[a]_{\text{обр.}}^M = 11.00110 \quad [b]_{\text{обр.}}^M = 00.11001$$

$$[a]_{\text{доп.}}^M = \begin{array}{r} 11.00110 \\ \pm \quad \underline{1} \\ 11.00111 \end{array} \quad [b]_{\text{доп.}}^M = 00.11001$$

Пример:

$$2 + 1 = 3$$

$$\begin{array}{r} +0010 \\ 0001 \\ \hline 0011 \\ \underbrace{} \end{array}$$

– знаковые –
разряды

$$-3 - 1 = -4$$

$$\begin{array}{r} +1101 \\ 1111 \\ \hline 1100 \\ \underbrace{} \end{array}$$

В этих примерах
переполнения нет

$$2 + 2 = 4$$

$$\begin{array}{r} +0010 \\ 0010 \\ \hline 0110 \\ \underbrace{} \end{array}$$

– знаковые –
разряды

$$-3 - 2 = -5$$

$$\begin{array}{r} +1101 \\ 1110 \\ \hline 1011 \\ \underbrace{} \end{array}$$

В этих примерах
переполнение есть

Контрольные вопросы:

1. Какие две формы представления чисел применяются в ЭВМ?
2. Как изображаются числа в форме с фиксированной запятой (точкой)?
3. Как изображаются числа в форме с плавающей запятой (точкой)?
4. Что такое нормализованное число?
5. В каких двух форматах хранятся числа с плавающей запятой (точкой) в памяти ЭВМ?
6. Приведите примеры записи прямого кода числа для положительных и отрицательных чисел.
7. Как образуется обратный код отрицательного числа?
8. Как образуется дополнительный код отрицательного числа?
9. Чем отличается модифицированный код числа от остальных кодов?